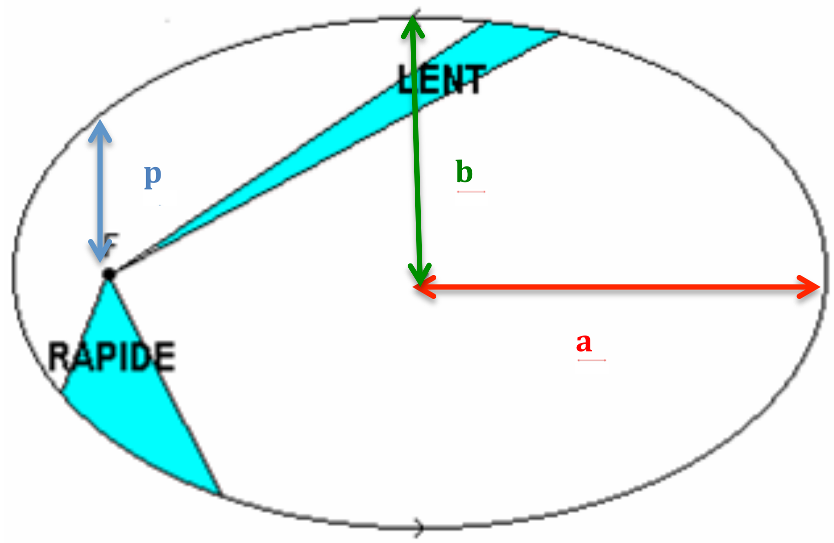

Propriétés de l'ellipse utilisées :

Aire de l'ellipse : $A = \pi ab$

$b^2 = p \times a$

$p = \dfrac{c^2}{G \times M_{astre\_attracteur}}$

La seconde loi de Kepler donne :

$\dfrac{dA}{dt} = \dfrac{c}{2}$ où c est la constante des aires.

Le petit bout d'aire dA parcouru en un tout petit temps dt est constant et vaut $\dfrac{c}{2}$.

En un temps T, où T est la période de révolution du satellite autour de l'astre attracteur, l'aire balayée est donc égale à l'aire de l'ellipse toute entière A. Cela donne :

$$\frac{A}{T} = \frac{c}{2} \qquad (1)$$

Or on a $A = \pi ab$ donc en remplaçant A dans (1) cela donne :

$$\frac{\pi ab}{T} = \frac{c}{2} \qquad (2)$$

Maintenant on souhaiterait utiliser la seconde relation pour pouvoir remplacer b… C'est pour cela que l'on passe au carré ! Mettons (2) au carré pour voir :

$$\frac{\pi^2 \times a^2 \times b^2}{T^2} = \frac{c^2}{4} \qquad (3)$$

Et donc là on peut remplacer b^2 !

$$\frac{\pi^2 \times a^2 \times a \times p}{T^2} = \frac{c^2}{4} \qquad (4)$$

Bon et puis maintenant, il suffit d'arranger un peu ça ! On regroupe les a, on met le T^2 en haut et le a^3 en bas et on a…

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4 \times p \times \pi^2}{c^2} \qquad (5)$$

Aaaargh ! Misère ! Que fait ce p ???

Pas de panique ! On regarde dans les données que l'on a pas encore utilisées, p s'exprime uniquement en fonction de G (constante de gravitation universelle), la masse de l'astre attracteur et c^2 qui est constant ! Bref, tout le membre de droite ne dépend que de constantes du problème ! On arrive donc au célèbre $\frac{T^2}{a^3}$ = constante !

Où là constante en question vaut $\frac{4 \times \pi^2}{G \times M_{astre\_attracteur}}$.

Et puisque ça ne dépend que de la masse de l'astre attracteur, c'est en effet la même constante pour tous les satellites autour d'un même astre ! Par exemple toutes les planètes du système solaire ont la même !

Voilà Voilà !